## 13 Exercice Principale 2016 30′ 5 Points

On considère, dans $\mathbb{C}$, les deux équations suivantes :

$(E_1)$ : $z^2-(1+5i)z-8+i=0$

et $(E_2)$ : $z^3-(1+6i)z^2+(-13+2i)+1+8i=0$.

**1°) a)** vérifier que $(3+i)^2=8+6i$.

**b)** Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E_1)$.

**2°) a)** Déterminer les nombres complexes $b$ et $c$ tels que :

$z^3-(1+6i)z^2+(-13+2i)z+1+8i=(z-i)(z^2+bz+c)$.

**b)** Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E_2)$.

**3°)** Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points d'affixes respectives : $z_A=i$, $z_B=2+3i$ et $z_C=-1+2i$.

**a)** Placer les points $A$, $B$ et $C$.

**b)** Montrer que $ABC$ est un triangle rectangle.

## 14 Exercice Principale 2017 25′ 4 Points

**1°)** On considère, dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E)$ : $z^2-2(1+i)z+3-2i=0$.

**a)** Vérifier que $(1+2i)^2=-3+4i$.

**b)** Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E)$.

**2°)** Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points $A$, $B$, $C$ et $D$ d'affixes respectives : $z_A=-i$, $z_B=3$, $z_C=2+3i$ et $z_D=-1+2i$.

**a)** Placer les points $A$, $B$, $C$ et $D$ dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$.

**b)** Calculer $|z_C-z_A|$ et $|z_D-z_B|$.

**c)** Calculer $(z_C-z_A)(\overline{z_D-z_B})$.

**d)** Déduire que $ABCD$ est un carré et calculer son aire.